

SOOME PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUS
FINAAL REEDEL 08.02.2002

I osa

Lahendusaeg 30 min.

1. Esita arv 100 arvu 2 astmete summana selliselt, et liidetavaid oleks võimalikult vähe.
2. Esita arv 2002 algtegurite korrutisena.
3. Kera, mille pindala on $4\pi \text{ m}^2$, ümber on kujundatud võimalikult väike kuup. Leia kuubi täispindala.
4. Korrapärase hulknurga sisenurga suurus on 162° . Mitu külge on sellisel hulknurgal?
5. Mängus heidetakse kahte täringut üheaegselt. Kui saadud silmade korrutis on paaritu või viiega jaguv arv, siis võidavad Sina, vastasel juhul Sinu vastane. Kummal mängijal on suurem võimalus võita?
6. Millises kolmnurgas on kahe nurga poolitajad teineteisega risti? Põhjenda oma vastus.
7. Kuus inimest A, B, C, D, E ja F on ühe ja sama metsamaa omanikud selliselt, et A omab maast kolm kaheksandikku, ülejäänud viis aga igaüks võrdse suurusega osad. Omavahelise kauplemise tulemusena muudetakse osad selliselt, et igal omanikul on täpselt ühepalju maad. Arvuta, kes müüb ja kes ostab ning kui suure osa kogu maast moodustab igal üksikul juhul ostetav - müüdav maa.
8. Valla töövõimelistest elanikest on $a\%$ töötuid. Töötute protsenti näitav arv väheneb b ühiku võrra. Hiljem kasvab aga töövõimeliste elanike arv $c\%$. Kui suur osa valla töövõimelisest elanikkonnast on nüüd töötuid?
9. Naturaalarvud ühest kuni 2002ni kirjutatakse üksteise järel üheks arvuks. Milline on saadud arvu 2002. number (loendamist alustatakse esimesel kohal olevast ühest).
10. Pere kaksikute ja nende noorema venna vanuste korrutis on 36. Kui vanad lapsed on?

II osa

Lahendusaeg 45 min.

Funktsioonimasin on seade, mis teeb sellesse sisestatud (reaal)arvust masina programmi poolt määratud uue arvu. Sinu käsutada on kolm erinevat funktsioonimasinat: "Järgneja", "Ruut" ja "Poolitaja". Neid masinaid nimetatakse algmasinateks ja tähistatakse vastavalt sümbolitega **J**, **R** ja **P**.

Järgneja liidab antud arvule ühe. Seda kirjutatakse nii $10 \mathbf{J} 11$.

Poolitaja jagab antud arvu kahega. Seda kirjutatakse nii $100 \mathbf{P} 50$.

Ruut aga tõstab arvu ruutu (kirjutatakse $\frac{3}{4} \mathbf{R} \frac{9}{16}$)

Need funktsioonimasinad töötavad ka tagurpidi. Selliste tagurpidi masinate tähised olgu vastavalt **L**, **R** ja **P**. See tähendab näiteks: $6 \mathbf{L} 5$ ja $121 \mathbf{R} 11$.

Funktsioonimasinaid võib üksteise järele rakendada kuitahes palju, näiteks $1 \mathbf{JRP} 2$ või $1 \mathbf{JJJR} 32$. Tähistame selliseid funktsioonimasinate ühendusi järgnevas sümboliga **Z**, ja nende pöörd- ehk tagurpidi ühendust sümboliga **S**.

1. Millised arvud saadakse funktsioonimasinate ühendustest **JRP**, **LRP** ja **RRRL** kui nendesse sisestatakse $\frac{1}{2}$? (3 punkti)

2. Millistest algmasinatest või nende pöördmasinatest moodustub **S**, kui **Z = LRP**? Mis arv on x, kui $\frac{1}{2} \mathbf{S} x$? (2 punkti)

3. Olgu **Z**₁; selline funktsioonimasinate ühendus, kus järjestikku on ühendatud 1980 **L** masinat. Sellisel juhul on $2002 \mathbf{Z} 1 22$. Leia selline funktsioonimasinate ühendus **Z**, mille korral $2002 \mathbf{Z} 22$ ja milles sisaldub võimalikult vähe algmasinaid või nende pöördmasinaid. (1 punkt mõõdukalt heast tulemusest lisaks üks punkt vähima variandi leidmise eest)

4. Kas leidub selline reaalarv, mille korral funktsioonimasinad **JR** ja **P** annavad kõik tulemuseks ühe ja sama arvu? (1 punkt vastuse eest, 1 punkt põhjenduse eest)

5. Milline funktsioonimasinate **JR** ja **P** või nende pöördmasinate ühendus **Z** annab Sulle arvude 1, 2 ja 3 sisestamisel vastavalt arvud 10, 20 ja 34? (2 punkti)

6. Kas on võimalik funktsioonimasinate ühendusest **JRP** muuta algmasinate järjestust nii, et saadav tulemus samas ei muutuks? (1 punkt vastuse eest, 1 punkt põhjenduse eest)

7. Kas leidub selline funktsioonimasinate **JR** ja **P** ühendus, mis kõikide reaalarvude korral annab suurema tulemuse kui iga üksik nendest funktsioonimasinatest. (1 punkt vastuse eest, 2 punkti põhjenduse eest)

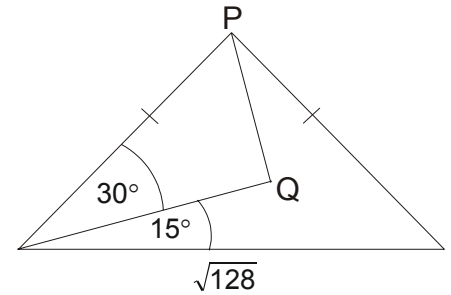
8. Olgu **Z** suvalise kümne algmasina või nende pöördmasina ühendus. Leia selline ühendus **Z**, mille korral $1 000000 \mathbf{Z} x$ annab võimalikult väikese täisarvu x. (3 punkti)

9. Milline algmasinatest või nende pöördmasinatest toimib teistest oluliselt erineval viisil? (1 punkt)

III osa

Lahendusaeg 60 min.

1. Kasutamata ligikaudseid arve arvuta lõigu PQ täpne pikkus, kui nurk Q on täisnurk ja punktist P lähtuvad kolmnurga küljed on võrdse pikkusega.



2. Sinul on viis erineva suurusega kastikest. Väikseim nendest kastikestest on kuup. Iga järgneva kastikese kõik mõõtmed on täisarvu võrra suuremad kui eelmise kastikese omad. Suurima kastikese mõõtmed on $40 \times 28 \times 20$ ja selle kastikese ruumala on väikseima kastikese ruumala kordne. Milline on väikseima kastikese ruumala?

3. Ühes linnas on tänavad nummerdatud alates arvust üks. Selle linna igal tänaval on võimalikult vähe maju ja need majad paiknevad alati vaid ühel pool tänavat. Igal tänaval on majanumbriteks järjestikused naturaalarvud alates ühest. Seejuures ei pea aga majad olema nummerdatud suurusjärjestuses. Kehtivad vaid järgmised reeglid. Esimesel tänaval kõrvuti olevate majade numbrid peavad erinema vähemalt kahe võrra, teisel tänaval kõrvuti olevate majade numbrid peavad erinema vähemalt kolme võrra, kolmandal tänaval vähemalt nelja võrra jne.

- Kuidas on majad nummerdatud esimesel tänaval?
- Kuidas on majad nummerdatud teisel tänaval?
- Kuidas on majad nummerdatud kolmandal tänaval?
- Mitu maja on n-dal tänaval?
- Kuidas on nummerdatud neli esimest maja n-dal tänaval?

4. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on $3a$ ja $4a$. See kolmnurk pöörleb ümber hüpotenuusi. Arvuta nii tekkinud topeltkoonuse sisse asetatud võimalikult suure kera raadius.

5. Näita, et $p^2 + 2pq + q^2$ jagub arvuga 16, kui p ja q on järjestikused paaritud arvud. Kas sama väide kehtib ka järjestikuste paarisarvude korral? Millise suurima arvuga (arv ise väljaarvatud) jagub $p^2 + 2pq + q^2$, kui p ja q on n-ga jaguvad järjestikused arvud?