

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL REEDEL, 04.02.2005
I OSA, LAHENDUSAEG 30 MINUTIT
Punkte 20

1. Leia arvurea järgmine liige. Millise seaduspärasuse järgi on see arvurida moodustatud? $\frac{1}{5}, \frac{4}{7}, 1, 1\frac{5}{11}, 1\frac{12}{13}, \dots$

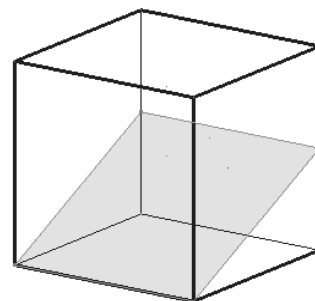
2. Lisa ruudukestesse tehtmärgid nii, et saaksid tõese võrduse.

$$1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 = 9$$

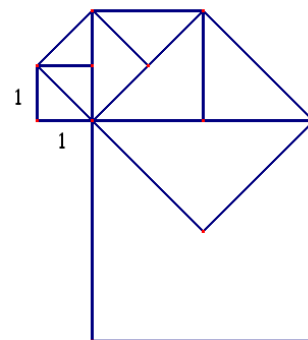
3. Üks kilogramm värsked seeni sisaldab 99% vett. Seentest pressiti vett välja nii, et veesisaldus langes 98%le. Kui suur on nüüd seente mass?

4. Olgu $n = 3^x + 3^x + 3^x$. Lihtsusta n^2 nii palju kui võimalik.

5. Kuup lõigatakse kaheks osaks tasandiga, mis läbib põhiserva ja külgservade keskpunkte joonisel näidatud viisil. Millises suhtes jaotab tasand kuubi 1) ruumala, 2) täispindala?



6. Ruudust küljepikkusega 1 ühik moodustatakse järgmised ruudud joonisel näidatud viisil. Kui pikk on 11. ruudu külg?



7. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on $100x$ ja iga külje pikkus on arvu x täisarvkordne. Milline on haara suurim ja vähim võimalik pikkus?

8. Näita, et viie järjestikuse täisarvu ruutude summa jagub viiega.

9. Teades, et ruutvõrrandi $x^2 + bx + c = 0$ lahendite summa on $-b$ ja lahendite korrutis on c lahenda võrrand $x^2 + 21x - 196 = 0$.

10. Leia korrutis abc , kui
$$\begin{cases} ab + b = -1 \\ bc + c = -1 \\ ac + a = -1 \end{cases}$$

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL 04.02.2005
II OSA, LAHENDUSAEG 45 MINUTIT
Punkte 20

Lahendused tuleb esitada voltimisena (kasutades vaid volditavat paberit).

Tee iga voltimisülesanne eri paberile. Voldi tugevad voltejooned!

*Kirjuta **igale** paberile oma nimi ja ülesande number (näiteks 1a, 2c jne).*

Nummerda üksikud voltejooned voltimise järjestuses, samaaegselt tekkivad jooned tähista sama numbriga.

Tõmba ring ümber ülesande vastuseks oleva voltejoone numbrile (või numbritele).

Paberile võid kirjutada selgitusi ja põhjendusi.

Pane tähele! Ülesande lahenduseks peavad olema voltejooned, mitte paberi servad või nurgad.

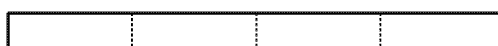
1. a) Joonista paberile sirge l ja väljaspool seda olev punkt P . Voldi paber selliselt, et voltejoon t läbiks punkti P ja oleks risti sirgega l . (1 punkt)
 b) Joonista paberile sirge l ja väljaspool seda olev punkt P . Voldi paber selliselt, et voltejoon t läbiks punkti P ja oleks paralleelne sirgega l . (1 punkt)
 c) Joonista suvaline nurk ja jaota see voltimise abil kolmeks võrdseks osaks. (1 punkt).
2. Voldi
 - a) nurk suurusega 60 kraadi; (1 punkt)
 - b) võrdhaarne täisnurkne kolmnurk; (1 punkt);
 - c) korrapärane kaheksanurk; (2 punkti).
3.
 - a) Joonesta suur kolmnurk. Leia voltimise abil kolmnurga külgede keskrisirsirgete lõikepunkt. (2 punkti)
 - b) Joonesta suur teravnurkne kolmnurk. Näita voltimise abil, et kolmnurga sisenurkade summa on 180 kraadi. (3 punkti)
4. Olgu A4 formaadis paberi lühema külje pikkus 1 (pikkusühik).
 - a) Näita voltimise abil, et pikema külje pikkus on $\sqrt{2}$ (pikkusühikut). (2 punkti)
 - b) Voldi paber selliselt, et voltejoone pikkus oleks $\sqrt{3}$ (pikkusühikut). (2 punkti)
5. Pabeririba volditakse keskelt pooleks, kahekorra olev riba omakorda pooleks jne. Kui volditud paber avada, siis esitavad volditud osad arve $\frac{m}{2^n}$, kus n on voltimiste arv ja m on naturaalarv vahemikust $0 < m < 2^n$.

Näiteks

$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$$



Tähistagu N suurimat võimalikku voltimiste arvu n , mille korral voltejooned on veel küllalt teravad, et neid riba lahtivoltimise järel märgata.

- a) Kui suur on N , kui kasutatakse riba, mis on lõigatud tavalise paksusega A4 formaadis paberilehe pikema külje suunas? (*Vastuseks arv ja riba 4a*) (1 punkt)
- b) Milliseid muid üldkujust 2^n erinevaid nimetajaid on võimalik saada pabeririba voltimise abil? (*Voldi või joonista*) (2 punkti)
- c) Milliste murdarvude nimetajaid pole sellise voltimisega võimalik saada? (1 punkt)

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL REEDEL, 04. 02. 2005
III OSA, LAHENDUSAEG 60 MINUTIT
Punkte 30

1. Värvitud puust kuup saetakse igal tahul võrdsete vahemaade järel väikesteks kuubikuteks. Igas suunas tehakse n saagimist. Kirjuta avaldisena
- mitu saagimist tehti kokku;
 - mitu väikest kuubikut saadakse;
 - mitmel kuubikul on vaid kolm värvitud tahku;
 - mitmel värvitud kuubikul on vaid kaks värvitud tahku;
 - mitmel värvitud kuubikul on vaid üks värvitud tahk;
 - mitmel kuubikul pole ühtegi värvitud tahku?

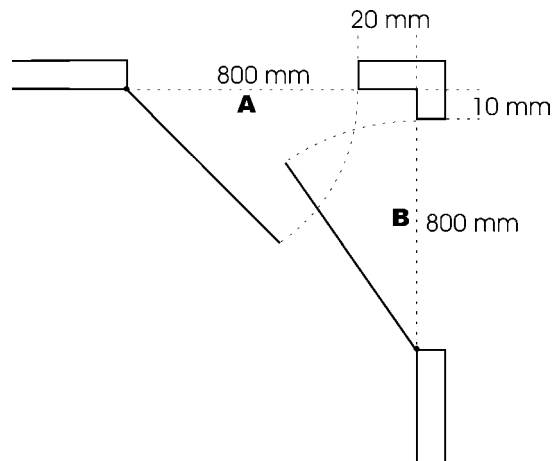
2. a) Sul on kasutada kaks paari tavalisi kuubikujulisi kuuetahtulisi täringuid. Esimese paari kummagi täringu tahkudel on arvud 1, 2, 3, 4, 5, ja 6. Teise paari esimesel täringul on tahkudel arvud 1, 2, 2, 3, 3, ja 4 ning teisel arvud 1, 3, 4, 5, 6 ja 8. Kumba täringupaariga on tõenäosem saada punktide summaks kaksteist?

- b) Olgu Sinul ja Su vastasmängijal võimalik valida üks neljast täringust. Täringute tahkudel on arvud järgmiselt:

Esimene täring: 0, 0, 4, 4, 4, 4;
 Teine täring: 3, 3, 3, 3, 3, 3;
 Kolmas täring: 2, 2, 2, 2, 6, 6 ja
 Neljas täring: 1, 1, 1, 5, 5, 5.

Mängite mängu, kus kumbki heidab ühe korra oma täringut ja suurema punktide arvu saaja võidab. Sinu vastasmängija valib kolmanda täringu. Millise täringu peaksid valima Sina, et Sinu võiduvõimalused oleksid võimalikult suured?

3. Toa nurgas on kaks sissepoole avanevat ust. Kui palju tuleks ukse B auku nihutada, et ukсед ei käiks teineteise vastu? (*Vastus anna ligikaudse arvuna ühe millimeetri täpsusega, täpne arv pole nõutud*)



4. Ruudu sees on korrapärane kaheksanurk nii, et selle neli külge asuvad ruudu külgedel. Mitu protsenti moodustab kaheksanurga ümbermõõt ruudu ümbermõödust? (*Anda täpne ja ka protsendi kümnendiku täpsusega ligikaudne vastus*)

5. Võrdhaarse trapetsi kujulises kullast ehtes on lisaks külgedele diagonaalid AC ja BD ning alustega AB ja CD paralleelne ühendus EH . Aluste pikkused on $AB=84$ mm ja $CD=56$ mm. Kui pikk on ühendus EH , kui see on asetatud nii, et $EF = FG = GH$?