

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL
REEDEL, 02.02.2007

I OSA

Lahendusaeg 30 minutit

Võimalik punktide arv 20

1. Kui palju on Kaavi kivides teemanti? Esita vastus nii grammidena tonni kohta kui ka protsentides.

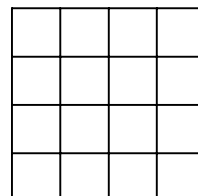
2. Liisa on kavatsenud kutsuda külalised. Ta küpsetas selleks 84 väikest pirukat. Ta ise ei söö kunagi oma koosviibimisel, mistõttu ta saab külaliste hulga kindlaks määrata pakutavate pirukate arvu abil. Kui palju võib ta külalisi kutsuda, kui iga võõras peab saama võrdse arvu pirukaid?

Nüüd head uudised. Kaavis Lahejõe kimberliitkivimist on leitud maailmas arvatavalt teemandisisalduselt rikkaim kivi. Selles on teemante uskumatult palju, 90 000 karaati tonni kohta. Huvipakkuvad on juba sellised esinemisjuhud, kus sisaldus on 0,1 karaati tonni kohta. Üks karaat on 0,2 grammi. Teemandi karaate ei tohi segamini ajada kulla karaadi mõistega, mis tähendab puhta kulla sisaldust.
Allikas: Ida-Soomest leiti teemante, *Helsingin Sanomat*, 14.2.2006

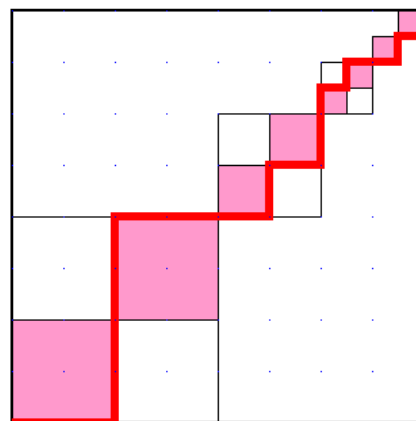
3. Arvu 2 saab esitada positiivsete täisarvude summamana vaid ühel viisil: $1+1$. Samas arvul 4 on neli sellist erinevat esitusviisi: $1+3$, $2+2$, $1+1+2$, $1+1+1+1$. Mitu sellist erinevat esitusviisi on arvul 5?

4. a) Leia kolm erinevat võimalust jagada pildilolev ruudustik neljaks võrdseks osaks. (Jagamine tuleb teha piki olemasolevaid jooni. Võimalused on erinevad, kui neil tekkinud osad on erineva kujuga.)

b) Leia võimalikult palju võimalusi pildil olev ruudustiku jagamiseks kaheks omavahel võrdseks osaks. (Jagamine tuleb teha piki olemasolevaid jooni. Võimalused on erinevad, kui neil tekkinud osad on erineva kujuga.)



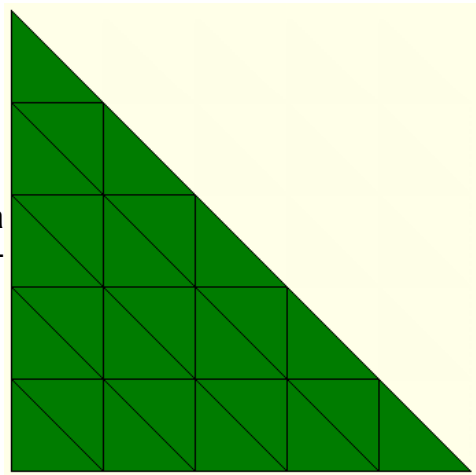
5. Joonisel on viie erineva suurusega ruudud. Leia punase murdjoone pikkus, kui suurima ruudu külg on s . Kui suur on värvitud ala pindala?



6. Joonisel on viies reas väiksed kolmnurgad. Sealt võib märgata arvude rida

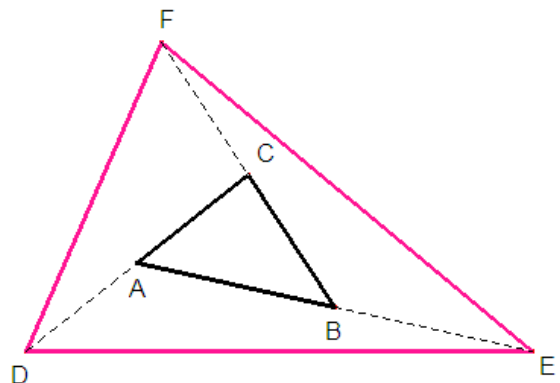
$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{7}{2} + \frac{9}{2}.$$

Suurt kolmnurka täiendatakse allapoole sama süsteemi järgi n -nda reani. Mitu väikest kolmnurka on nii saadud joonisel?



7. Pargis on väike ringikujuline kalatiik. Seal asuv kuldkalake alustab ujumist tiigi kaldalt põhja suunas ja jõuab kaldale pärast 8 meetri läbimist. Seejärel kala pöörduv läände ja jõuab uuesti kaldani pärast 6 meetri läbimist. Kui suur on tiigi diameeter?

8. Kolmnurga ABC iga külge pikendatakse joonisel näidatud viisil vastava külje pikkuse võrra. Kui nii saadud punktid ühendatakse, saadakse kolmnurk DEF . Kui suure osa moodustab kolmnurga ABC pindala kolmnurga DEF pindalast?



9. Arvuta $\sqrt[2006]{\left(\frac{2005 \cdot 2006 + 2}{2005^2 + 2007}\right)^{2007}}$.

10. Milline on summa $11^6 + 12^6 + 13^6 + 14^6 + 15^6 + 16^6$ viimane, ühelisi näitav number?

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE
FINAAL 02.02.2007

II OSA

Lahendusaeg 45 minutit

Võimalik punktide arv 20

Sierpinski kolmnurga nime all tuntud fraktaal moodustatakse võrdkülgse kolmnurga külgede keskpunktide ühendamise teel, tekitades nii väiksemad kolmnurgad. Saadud väikestest kolmnurkadest keskmine värvitakse seejuures valgeks. Sama toimingut jätkatakse allesjäänud valgeks värvimata kolmnurkadega ja nii jätkuvalt. Alloleval joonisel näed viit esimest nii saadud kujundit.



1. Mitu musta kolmnurka on
 - a) viiendas kujundis (1 p)
 - b) kümnes kujundis (1 p)
 - c) n-ndas kujundis? (1 p)
2. Oletame, et esimese kujundi pindala on 1.
 - a) Milline on kolmanda kujundi mustade kolmnurkade kogupindala? (1 p)
 - b) Milline on n-nda kujundi mustade kolmnurkade kogupindala? (1 p)
 - c) Mis juhtub musta osa pindalaga, kui n kasvab? (1 p)
3. Rakenda ülalkasutatud meetodit korrapärase nelitahuka korral. Ühenda nelitahuka servade keskpunktid üksteisega nii, et nelitahuka keskele tekiks samuti hulktahtukas.
 - a) Tee nelitahukas plastkilest ja ühenda selle servade keskpunktid eelpool kirjeldatud viisil. (2 p)
 - b) Milliseid kehi tekib? (2 p)
 - c) Kui palju on moodustunud kehadel tahke ja tippe kokku? (2 p)
 - d) Kui palju tekkinud kehade tahkudest on näha lähtekeha tahkudel? (1 p)
 - e) Mitu keha ja millised moodustuvad, kui sellist ühendamist sooritada järjest kolm korda? (2 p)
 - f) Mis juhtub tekkivate kehade arvu ja ruumalaga, kui sellist toimingut jätkatakse lõpmatuseni? (1 p)
4. Joonista eelmise ülesande nelitahuka üks tahk, mis tekib pärast neljandat kirjeldatud ühendamist. (2 p)
5. Rakenda eeskirjeldatud toimingut ruudu puhul. Joonista ruudulisele paberile vähemalt neli etappi. (2 p)

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL
REEDEL, 02. 02. 2007

III OSA

Lahendusaeg 60 minutit

Võimalik punktide arv 30

1. Makrotoitained on rasvad, süsivesikud ja valgud. Üks gramm rasva sisaldab 9 kilokalorit, samal ajal süsivesikutes ja valgus on energiat umbes 4 kcal/g.
Maia sõi ühel päeval nii, et sai energiat 1700 kcal. 28% päeva energiast sai ta valgust. Rasva sõi ta samal päeval kokku 58 grammi.
 - a) Mitu protsenti päeva energiast sai Maia süsivesikutest?
 - b) Mitu grammi sai Maia sellel päeval süsivesikuid?

2. Numbrid 1, 2, ..., 9 paigutatakse 3x3 ruudustikku nii, et ülemises reas olevad numbrid moodustavad kolmekohalise arvu, mis on pool keskmises reas moodustunud arvust ja üks kolmandik alumises reas moodustunud arvust.
Kuidas on numbrid ruudustikku paigutatud?
Mitu lahendust leidsid?

3. Otsusta, kas järgmised väited on tõesed või väärad. Põhjenda või esita vastunäide.
 - a) Arvust 1 algavate järjestikuste paaritute positiivsete täisarvude rea summa on mingi arvu ruut sõltumata sellest, mitu arvu reas on
 - b) Kolmest järjestikusest täisarvust keskmise ruut ja äärmiste korrutis erinevad ühe võrra.
 - c) Kahe erineva positiivse arvu korrutis on suurem või võrdne kui kumbki neist arvudest.

4. Ristkülikus $ABCD$ on $AB=16$ cm ja $BC=12$ cm. Küljel AD asuv punkt E on 4 cm kaugusel punktist A ja küljel CD olev punkt F on 4 cm kaugusel punktist C . Sirged BE ja BF lõikavad diagonaali AC punktides G ja H . Leia lõigu GH pikkus.

5. Poolring raadiusega r keeratakse koonusekujuliseks kehaks. Leia nii tekkinud koonuse ruumala.