

**PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL  
REEDEL, 01.02.2008**

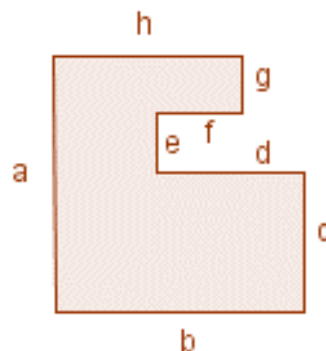
**I OSA Lahendusaeg 30 minutit Võimalik punktide arv 20**

**Selle osa ülesannete lahendamisel pole taskuarvuti kasutamine lubatud**

- Arvuta  $\left(\frac{1}{10}\right)^{(-1)^5}$ .
- Kumb arvudest  $3^{400}$  või  $4^{300}$  on suurem? Põhjenda.
- Mis arv on üks viiendik 1200 poole neljandiku kolmandiku poolest?
- Olgu  $a * b = a^2 + ab + 3b + 1$ , kus  $a$  ja  $b$  on reaalarvud. Leia vähemalt üks selline arv  $a$ , mille korral pole olemas sellist arvu  $b$ , et

$$a * b = 2.$$

- Kõrvaloleval joonisel on kõik nurgad täisnurgad. Avalda selle kujundi ümbermõõt nii, et saadud valemis oleks võimalikult vähe tähti.



- Kas kõrvalolevates võrdustes nähtav seos kehtib kõikide naturaalarvude korral? Põhjenda.

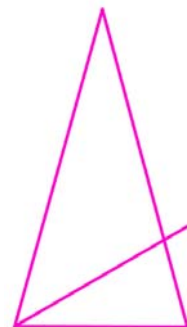
$$2^2 - 1^2 = 2 + 1$$

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2$$

$$4^2 - 3^2 = 4 + 3$$

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

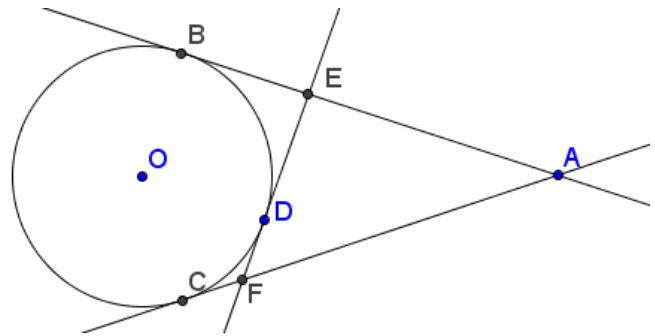
- Võrdhaarse kolmnurga alus on 1 ja haar 10. Kolmnurga alusnurga tipust joonistatakse sirge, selliselt, et kolmnurga sisse jääb alusega võrdne lõik. Kui pikkadeks osadeks jagab see sirge kolmnurga haara?



**PÖÖRA LEHTE!**

8. Ühes külas on 800 naist. Neist 3% kannab ühte kõrvarõngast. Ülejäänud 97% - st pooled kannavad kahte kõrvarõngast ja pooled ei kanna üldse kõrvarõngaid. Mitu kõrvarõngast on küla naistel kokku?

9. Ringjoonele  $O$  on joonestatud läbi punkti  $A$  puutujad, mis puutuvad ringjoont punktides  $B$  ja  $C$ . Lõik  $AB$  on 10 ühikut. Punktide  $B$  ja  $C$  vahel valitakse ringjoonel suvaline punkt  $D$  ja joonistatakse läbi selle ringjoone puutuja  $EF$ . Leia kolmnurga  $AEF$  ümbermõõt.



10. Shakespeare'i näidendis *Veneetsia kaupmees* oli Portia kuld-, hõbe- ja seatinakirst. Neist ühe sees oli Portia pilt. See kosija, kellel õnnestuks valida kirst, milles on pilt, saaks Portia abikaasaks. Portia ise sooviks valida abikaasat just arukuse põhjal. Sellepärast uuristas ta kirstudele tekstid, mille abil tal on võimalik leida arukas abikaasa. Ta ütles, et mitte enam kui üks esitatud väidetest on tõene. Millises kirstus oli pilt?



Kuldne:  
Pilt on kuldses kirstus.



Hõbedane:  
Pilt ei ole selles kirstus

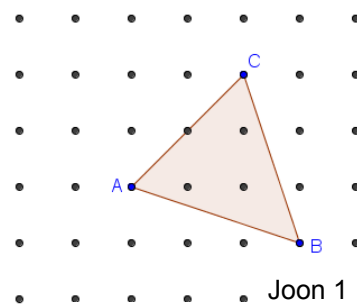


Seatina:  
Pilt ei ole kuldses kirstus

II OSA Lahendusaeg 45 minutit Võimalik punktide arv 20

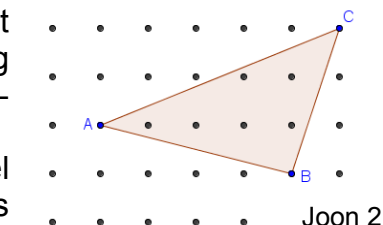
Selles osas kasutatakse **11x11 – naeltega geolauda**, kui midagi muud pole mainitud ja ruudulist paberit

1. a) Kui suur on suurim kolmnurk, mille saad teha geolauale?
- b) Mitu erineva kujuga pindalalt suurimat kolmnurka saad teha?
- c) Mitu erineva kujuga pindalalt suurimat kolmnurka saad teha  $n \cdot n$  geolauale?



Joon 1

2. a) Kuidas tuleks joonisel 1 oleva kolmnurga tippu asendit geolauale muuta nii, et kolmnurga pindala ei muutuks ja et kolmnurga üks külg asetuks horisontaalseks või vertikaalseks? Muuda seejärel ka kolmnurga teist tippu nii, et pindala ei muutuks ja et kolmnurgal üks külg asetseks horisontaalselt ning teine vertikaalselt. Joonista oma lahendus. Ühest lahendusest piisab. Muuda tippu võimalikult vähe.

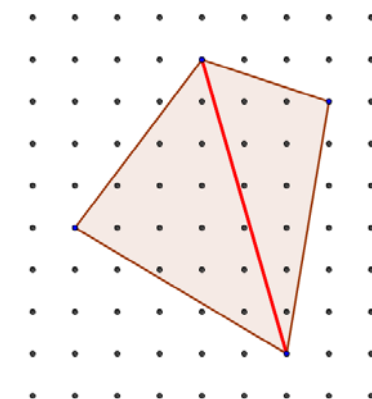


Joon 2

- b) Näita, et joonisel 2 olevat kolmnurka ei saa samadel tingimustel muuta selliseks, et selle üks külg oleks horisontaalne ja teine vertikaalne.
3. a) Kui suur on suurim sellistest ristkülikutest, mille küljed ei ole geolaua külgedega paralleelsed?
  - b) Kui suur on  $n \cdot n$  - geolauale suurim sellistest ristkülikutest, mille küljed ei ole paralleelsed geolaua külgedega?

4. Tähistades  $r$  - ga geolauale kujundatud hulknurga servadele jäävate naelakeste arvu ja  $s$  - ga hulknurga sisse jäävate naelakeste arvu.

- a) Kui  $s = 0$ , siis on kolmnurga pindala  $A$  kerge avaldada  $r$  abil. Avalda pindala valem sellisel juhul  $r$  kaudu.
- b) Kas sama valem kehtib ka teiste hulknurkade puhul? Põhjenda, kui võimalik.
- c) Geolauale kujundatud kolmnurga pindala on võimalik avaldada valemiga  $r$  ja  $s$  kaudu. Leie vastav valem.



5. Ehita geolauale nelinurk ja teise kummiga selle diagonaal. Nii jaotub geolaud viie üksteist mittelõikava lõiguga, millel on kokku neli otspunkti, kolmeks osaks (kaks kolmnurka hulknurga sees ja ülejäänud geolaua osa).

- a) Tee geolauale erinevaid hulknurki ja nendesse üks või rohkem üksteist mittelõikavat diagonaali. Tee vastavad joonised ja pane kirja kõikidel juhtudel tippude, lõikude, ja saadud osade arv.

- b) Milline valem seob tippude arvu  $K$ , lõikude arvu  $l$  ja osade arvu  $A$ ?

PÕHIKOOLI MATEMAATIKAVÕISTLUSE FINAAL  
REEDEL, 01. 02. 2008



III OSA Lahendusaeg 60 minutit Võimalik punktide arv 30

1. Mitu sellist kolmest numbrist koosnevat arvu on võimalik kirjutada joonisel näidatud „seitsme segmendilise“ fondi abil kasutamata numbrit 1, kui nõutud on, et nende arvvärtus jääks muutumatuks, kui neid pöörata  $180^\circ$ ?

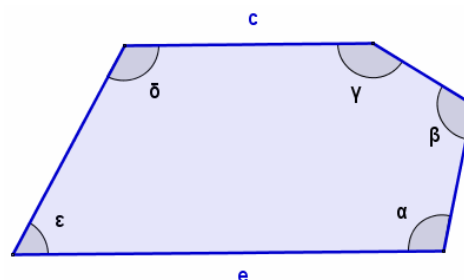


2. Turniiril on iga võistkond mänginud iga teise võistkonnaga korra. Allolevas tabelis on võistluste järgne seis toodud osaliselt puudulikuna.

Võistkond	Võidud	Viigid	Kaotused	Löödud väravad	Sisse lastud väravad
A	1	1	1	1	1
B	3	0	0	6	1
C	1	1	1	1	3
D	0			1	4

- a) Mitu viiki saavutas võistkond D ja mitu kaotust ta sai?  
b) Milline oli võistkondade B – C võistluse lõpptulemus?
3. Umbes kolmtuhat aastat vanades sanskriptideelsetes Veda raamatutes on juhis viiega lõppeva kahekohalise arvu ruudu leidmiseks:  
„Jäta ära number viis arvu lõpust, korruta saadud arvu sellest ühe võrra suurema arvuga, kirjuta saadud korrutise lõppu arv 25“
- a) Tõesta, et see juhend on kehtiv.  
b) Kas pakutud juhend sobib ka arvudele, mis ei ole kahekohalised?

4. Viisnurgas on kaks omavahel paralleelset külge  $c$  ja  $e$ . See on üks neist neljateistkümnest erinevast mittekorrapärasest viisnurgast, mille abil on võimalik katta aukudeta ja kattumisteta kogu tasand.



- a) Mida võib öelda selle viisnurga nurkade kohta?  
b) Kuidas sellised viisnurgad tuleks asetada, et nende vahele ei jääks auke ja et nad ka ei kattuks omavahel?
5. Ringi sisse on joonistatud suurim võimalik korrapärase kuusnurk ja ringi ümber vähim võimalik korrapärase kuusnurk. Väiksema kuusnurga pindala on 3 (pindalaühikut). Kui suur on suurema kuusnurga pindala?