

Põhikooli matemaatikaolümpiaadi lõppvõistlus reedel 4.2.2011



I osa Lahendamisaeg 30 min Võimalik punktide arv 20

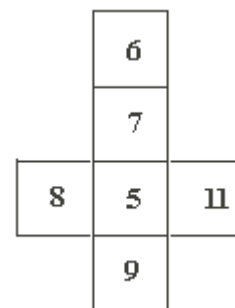
Selles osas pole arvuti kasutamine lubatud

Kui pole teisiti nõutud, siis tuleb kõikide ülesannete arvutused või põhjendused kirjalikult esitada.

Ülesannete 1 - 4 eest saab igäihe eest maksimaalselt kaks punkti, ülesannete 5 - 8 eest kolm punkti.

1. Ristküliku küljed on 1 ja 2 pikkusühikut. Jaga see ristkülik osadeks selliselt, et saadud osadest saaks kokku seada ruudu. Tee lahendusele vastav joonis.
2. Viisnurga sisenurkade suurused kraadides on järjestikused täisarvud. Kui suured on need nurgad?

3. Joonisel olev pinnalaotus volditakse kuubiks. Milline on suurim selle kuubi sama tippu omavate külgtahkude arvude korrutis?



4. Täisarvud 1-20 kirjutatakse järjest ilma vahedeta:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1 7 1 8 1 9 2 0 .

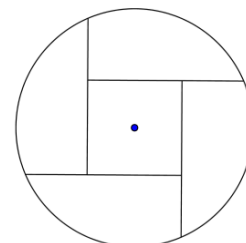
Kustuta neist 21 numbrit selliselt, et allesjäävad numbrid moodustaksid võimalikult suure arvu, kui need kirjutada üksteise järgi samas järjestuses ja vahesid jätmata. Millise arvu said?

5. Olli kirjutas ühe kolmekohalise arvu, siis selle arvu numbrite summa ja lõpuks nii saadud arvu numbrite summa. Neid kolme arvu saab kujutada nii, nagu alloleval joonisel, kus iga kujund tähistab ühte kindlat numbrit.



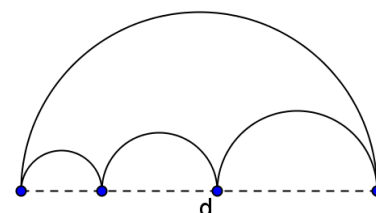
Millised arvud Olli kirjutas?

6. Ringi raadius on 10 pikkusühikut. Ring jaotatakse viieks pindalalt võrdseks osaks, millest üks on ruut (vt joonis). Arvuta selle ruudu külje pikkuse ligikaudne väärtus üheliste täpsusega.



7. $a : b = 3 : 4$ ja $a : (b + c) = 2 : 5$. Kui suur on sellisel juhul $a : c$?

8. Kui suur on poolringidest moodustunud kujundi ümbermõõt ?
(d = suurima poolringi diameeter on kujutatud punktiiriga)



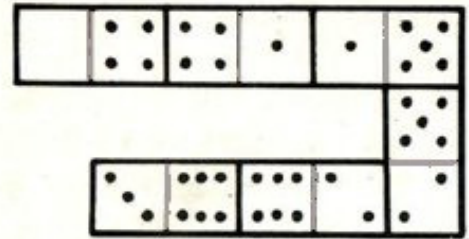
Põhikooli matemaatikaolümpiaadi lõppvõistlus reedel 4.2.2011



II osa 2 Lahendusaeg 45 min Võimalik punktide arv 20

Dominokivi on kahest ruudust koosnev riskülik. Mõlemas ruudus on punktid, mida nimetatakse silmadeks. Tavalise **dominokivi** ühe poole silmade arv on 0 – 6. Sellise domino komplektis on kivid, mille silmade arvud on 00, 01, 11, 02, 12, 22, 03, ..., 56, 66, st kivi ühe poole väikseim silmade arv on 0 ja suurim silmade arv 6. Seejuures komplektis ei ole kahte ühesugust kivi. On olemas ka analoogilisi kive, kus silmade arv on 0 – 9.

Dominokivide paigutamise **reegel** on järgmine: kivid asetatakse teineteise järele nii, et alati, järgmise kivi alguses on sama silmade arv mis eelmise kivi lõpus. Kivide ahelat jätkatakse alati viimati pandud kivi järele. Näitejoonisel on kasutatud kivide varianti, kus silmade arv on 0 – 6. Kui alustada vasakult ülevalt, siis esimene kivi on 04. Kogu näites olevat kivide ahelat võib kirjeldada arvude reana 04-41-15-52-26-63. Pildil oleva ahela **pikkus** on kuus kivi.

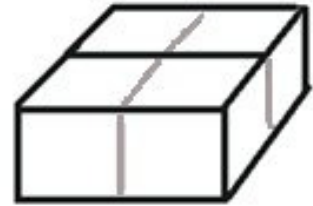


Näites oleva jada moodustamisel on kasutatud veel sellist **lisaeeskirja**: iga uue kivi silmade summa suureneb ühe võrra.

1. Kasutada on dominokivid, kus silmade arvuks on 0 – 6. Kehtivad ülalkirjeldatud reeglid. Kirjelda iga järgmist kivide ahelat (3 p)
 - a) Kui pikk ahel saadakse, kui alustatakse kivist 23, kusjuures iga järgneva kivi silmade arv peab kahe võrra suurenema ja jätkatakse seni, kuni võimalik?
 - b) Kui pikk ahel saadakse, kui alustada on võimalik mis tahes kivist ning silmade arv kasvab kolme võrra ja moodustatakse pikim võimalik selline ahel.
 - c) Koosta pikim võimalik kivide ahel. Seejuures võid vabalt valida esimese kivi ja arvu, mille võrra silmade arv kasvab.
2. Maksimaalselt kui pika kivide ahela saab teha, kui nii alustuskivi kui ka silma arvude summa kasvu saame vabalt valida ja silmade arv on 0 – 9? Esita see ahel. (2 p)
3. Mitu kivi on kogu komplektis, kui silmade arv on a) 0 – 9, b) 0 – n? (4 p)

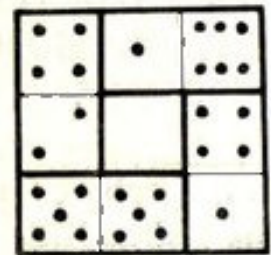
PÖÖRA LEHTE!

Järgmistes ülesannetes on kasutada doominokomplekt, mille kivi silmade on arvuks 0 – 6. Kivide paigutamisel eespool kirjeldatud reegleid ei pea enam arvestama.



4. Risttahuka iga külgtahk on üks doominokivi. Alumine ja ülemine põhitahk mõlemad koosnevad kahest kivist (vt joonist). Igal risttahuka tahul on silmade summa sama.
- a) Kui suur võib olla ühe tahu silmade summa?
- b) Mitmel erineval viisil saab valida kive põhitahule? Esita erinevad võimalused. (5 p)

5. Neljast doominokivist moodustatakse selline ruut, mille igal küljel olevate silmade summad on võrdsed. Näitejoonisel on iga küljel olevate silmade summa 11.



Moodusta ühest doominokomplektist selliseid ruute nii palju, kui võimalik. Kõikide leitud ruutude külgedel olevate silmade arvude summad ei pea olema omavahel võrdsed. Näitakse vaid, et iga üksiku ruudu külgedel olevate silmade arvude summad on võrdsed. Näitena toodud ruutu pole tarvis lahenduses esitada.

(6 p)

Põhikooli matemaatikaolümpiaadi lõppvõistlus reedel 4.2.2011



III osa Lahendusaeg 60 min Võimalik punktide arv 30

Kõikide ülesannete arvutused ja põhjendused esita kirjalikult.
Iga ülesande eest saab maksimaalselt 6 punkti

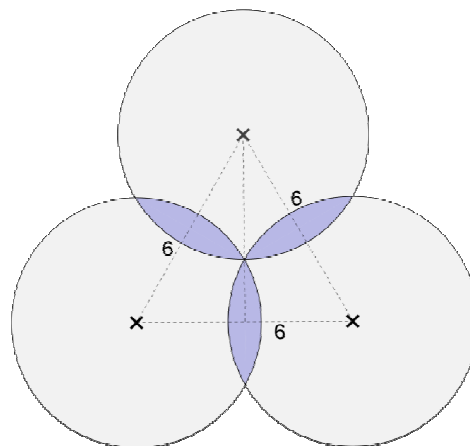
1. **Martal, Villel ja Tepol** on igapähele kaks sellist elukutset, mida ülejäänud kahel ei ole. Nende võimalikud elukutsed on: **kirjanik, arhitekt, õpetaja, arst, jurist ja kunstnik.**

Järgnevas on esitatud mõned vihjed isikutel olevate elukutsete kohta.

- 1) Kirjanik ja õpetaja läksid koos Martaga suusatama.
- 2) Arst palus kunstnikul maalida endast portree.
- 3) Arstil ja õpetajal oli ühine kokkusaamine.
- 4) Kunstnik ja arhitekt on sugulased.
- 5) Tepo oli Villest ning kunstnikust males parem.
- 6) Ville elab kirjaniku naabruses

Millised on Marta, Ville ja Tepo elukutsed?

2. Kolm mobiilimasti asuvad nii, et iga kaugus kahest ülejäänust on 6,0 km. Igast mastist lähtuva signaali levialaks on ring raadiusega ligikaudu 3,5 km. Vaid ühes punktis on vastuvõetavad kõigi kolme mobiilimasti signaalid. Arvuta sellise territooriumi pindala, kuhu ulatub mingi kahe torni signaal.

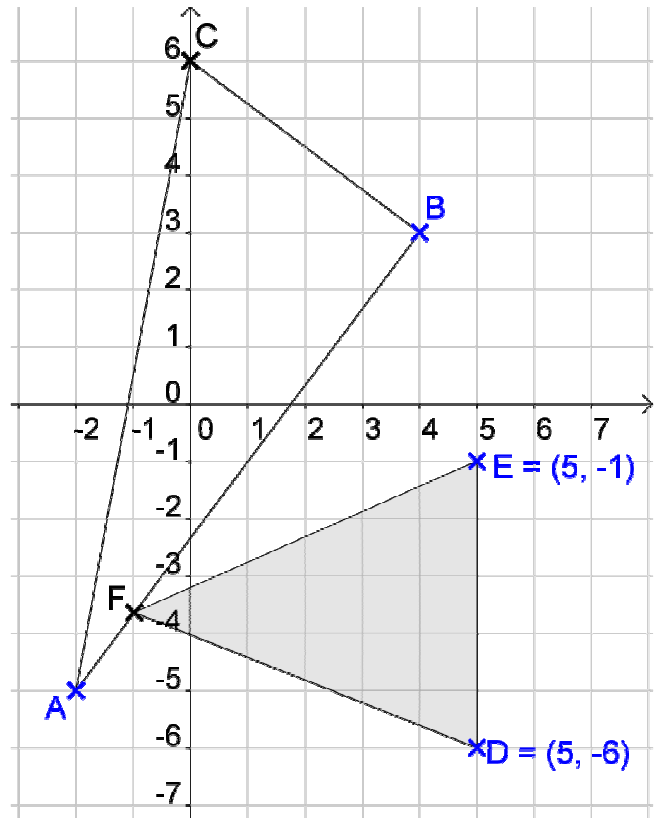


3. Arvuta avaldise

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \dots (a^{2^n} + b^{2^n})$$

väärtus, kui $a = 10$, $b = 1$ ja $n = 5$.

4. Kolmnurga DEF tipud D ja E on fikseeritud ja punkt F on kolmnurga ABC küljel. Joonista kolmnurga DEF pindala muutumise funktsiooni graafik, kus argumendiks on punkti F poolt läbitud teepikkus, kui liikumist alustatakse punktist A ja liigutakse vastupäeva mööda kolmnurga ABC külgi.



5. Palindroom on selline positiivne arv, mis loetuna vasemalt paremale ja paremalt vasakule on üks ja sama arv. Näiteks arvud 5; 232 ja 4428244 on palindroomid.
- Kui palju on seitsme numbriga palindroomid?
 - Alaülesandes (a) saadud palindroomid on kirjutatud kasvavas järjestuses. Milline on selles järjestuses palindroom järjekorra numbriga 2125?