

# Põhikooli matemaatikavõistlus

## Lõppvõistlus reedel 1.2.2013



### OSA 1

Lahendamise aeg 30 min

Punktide arv 20

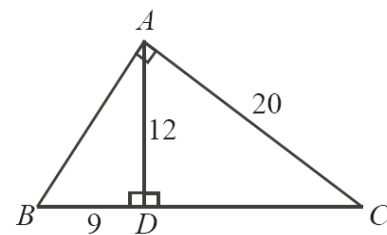
*Selles osas ei kasutata taskuarvutit.*

*Selgita lühidalt oma lahendust või põhjenda seda arvutuseeskirjaga, valemiga, avaldisega, joonisega või muul viisil.*

*Iga ülesande eest saab maksimaalselt 2p.*

*Hinnatakse vaid sellel paberil olevaid vastuseid.*

1. Leidke kolmnurga  $ABC$  übermõõt.



Vastus: \_\_\_\_\_

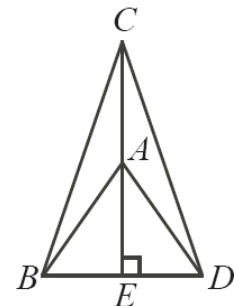
2. Viis on vähim naturaalarv, millega võib olla võrdne sellise täisnurkse kolmnurga pindala, mille küljed on murdarvud. Seejuures kolmnurga üks kaatet on  $1\frac{1}{2}$ . Kui pikk on pikk on teine kaatet?

Vastus: \_\_\_\_\_

3. Talus on heina varutud ühesuurustesse pallidesse. Hobune sööb ühe heinapalli kahe päevaga, lehm kolme päevaga ning lammas kuue päevaga. Kui kiiresti sööksid loomad kolmekesi sellise heinapalli?

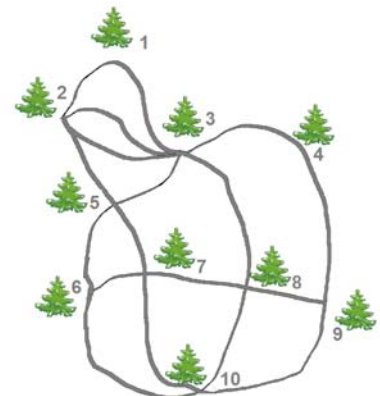
Vastus: \_\_\_\_\_

4. Joonisel  $AB = AC = AD = BD$ . Leidke nurga  $CDB$  suurus.



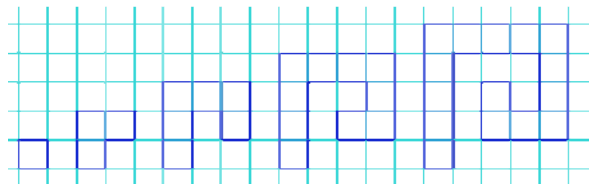
Vastus: \_\_\_\_\_

5. Jänes elab metsatukas. Ükskord talvel hüppas ta oma urust välja, jooksis igal jalgrajal ühe korra ja läks peitu. Kus võiks jänes nüüd asuda?



Vastus: \_\_\_\_\_

6. Joonisel on reas viis kujundit. Seda rida jätkatakse sama reegli järgi. Kui suur on sajanda kujundi pindala?



Vastus: \_\_\_\_\_

7. Milliste arvude korral kehtib järgmine väide: arvude ruutude erinevus on võrdne nende arvude summaga?

Vastus: \_\_\_\_\_

8. a) Vahetage kahe kaardi asukohad nii, et saadakse tõene avaldis. Kirjutage õige avaldis.

$$\boxed{2} \boxed{8} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{4} \boxed{=} \boxed{3} \boxed{1}$$

Vastus: \_\_\_\_\_

- b) Vahetage kahe kaardi asukohad nii, et saadakse tõene avaldis. Kirjutage õige avaldis.

$$\boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{1}$$

Vastus: \_\_\_\_\_

9. Kümnenndmurrus nihutati koma ühe koha võrra paremale. Uus arv on esialgsest 47,07 võrra väiksem. Milline oli esialgne arv?

Vastus: \_\_\_\_\_

10. Rita sõitis linnast *A* linna *C* kiirusega 60 km/h. Lauri sõitis linnast *C* linna *A* mööda sama teed. Rita ja Lauri alustasid sõitmist samal ajal ja kohtusid linnas *B*. Rital kulus linnast *B* linna *C* jõudmiseks 45 minutit. Lauri jõudis 20 minutiga linnast *B* linna *A*. Kui suur oli Lauri kiirus?

Vastus: \_\_\_\_\_

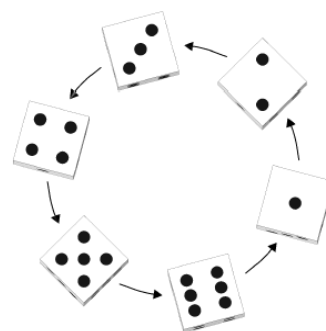
## Lõppvõistlus reedel 1.2.2013

### OSA 2

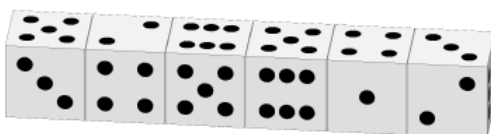
Lahendamise aeg 45 min

Punktide arv 20

Lepime kokku, et numbrid 1-6 täringutel moodustavad ringi selliselt, et silmade arvule 6 järgneb 1 (vt joonis). Sellisest ringikujulisest järjestusest järeldub, et suurendades 5 kahe võrra, saame tulemuseks 1. Analoogiliselt, kui silmade arvu 1 vähendada ühe võrra, siis saame 6. Täringusilmade vaheliseks kauguseks loeme alati lühimat teed vastavate arvude vahel: näiteks silmade 1 ja 6 vaheline kaugus on 1.



Ülesannetes on tarvis moodustada täringutest ridu. Kui täringud reastada, siis nende tahkudel olevad silmad moodustavad arvude read, mida loeme vasakult paremale. Esitatud näites moodustavad eestvaate tahkudel olevad silmade arvud rea 3;4;5;6;1;2, aga ülemistel tahkudel olevad silmad rea 5;2;6;5;4;3. Järgmises näites eestvaate tahkudel olevate silmade arvud kasvavad ühe võrra.



1. Aseta kuus täringut ritta selliselt, nagu eelmisel joonisel. Sellisel juhul täringute tagumistel tahkudel olevad silmade arvud moodustavad rea, mis vasakult paremale lugedes algab arvuga 5.

Millise rea saad?

Milline reegel kirjeldab vastastahkudel olevaid silmade arve?

2. Eelmise näite täringute järjekorranumbrid 1-6 on märgitud kõrvalolevasse tabelisse. Tabeli horisontaalteljelt saad vastavalt täringu järjekorra numbrile täringu esitahu silmade arvu ja vertikaalteljelt ülatahu silmade arvu. Osa tabeli lahtritest on märgitud sümbolitega \* ja x.

Miks sümboliga \* märgitud variandid pole võimalikud?

Ülatahu silmade arv	6	x			3	*	
	5		x	1		*	
	4	5		x	*		
	3		6	*	x		
	2		*		2	x	
	1	*					x
		1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv

Miks sümboliga x märgitud variandid pole võimalikud?

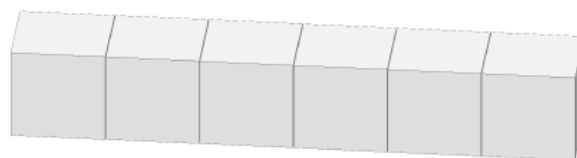
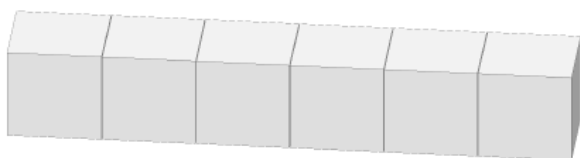
3. Ülesande 1 ees olnud näites täringute esitahkude silmade arvud kasvavad ühe võrra. Ülemiste tahkude silmade arvud rea lõpuosas aga kahanevad ühe võrra. See on nähtav ka kõrvalolevalt jooniselt, mis on saadud eelmise ülesande tabeli laiendamisel vastavalt täringute silmade arvu ringsele järjestusele.

6	×				*	×				*	
5		×		*			×		*		
4			×	*				×	*		
3			*	×				*	×		
2		*			×		*			×	
1	*					×	*			×	
6	×				3	*	×			*	
5		×	1		*	4		×		*	
4			×	*			5		×	*	
3			*	×				6	*	×	
2		*			2	×		*		×	
1	*					×	*			×	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	
		Esitahu silmade arv									

Koosta kaks erinevat kuuest täringust koosnevat rida nii, et kumbki rida rahuldaks samaaegselt kahte järgmist tingimust:

- esitahkudel olevad silmade arvud kasvavad ühe võrra;
- ülatahkude silmad moodustavad rea 1,2,3,4,5,6.

Kujuta saadud ridu allolevatel tühjadel täringutel (võid kasutada numbreid 1-6). Esita mõlema täringurea järjestus ka allolevates tabelites.

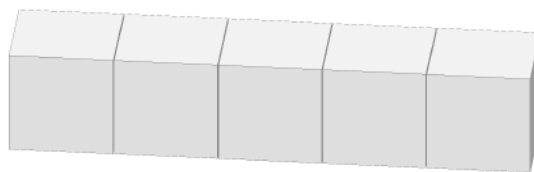
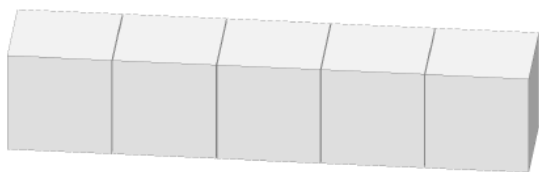


6	×				*	×				*	
5		×		*			×		*		
4			×	*				×	*		
3			*	×				*	×		
2		*			×		*			×	
1	*					×	*			×	
6	×				*	×				*	
5		×		*			×		*		
4			×	*				×	*		
3			*	×				*	×		
2		*			×		*			×	
1	*					×	*			×	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	
		Esitahu silmade arv									

6	×				*	×				*	
5		×		*			×		*		
4			×	*				×	*		
3			*	×				*	×		
2		*			×		*			×	
1	*					×	*			×	
6	×				*	×				*	
5		×		*			×		*		
4			×	*				×	*		
3			*	×				*	×		
2		*			×		*			×	
1	*					×	*			×	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	
		Esitahu silmade arv									

4. Koosta kaks erinevat viiest täringust koosnevat rida nii, et kumbki rida rahuldaks samaaegselt kahte järgmist tingimust:

- esitahkudel olevad silmade arvud kasvavad kahe võrra;
- ülatahkudel olevad silmade arvud kasvavad ühe võrra.



6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv

6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv

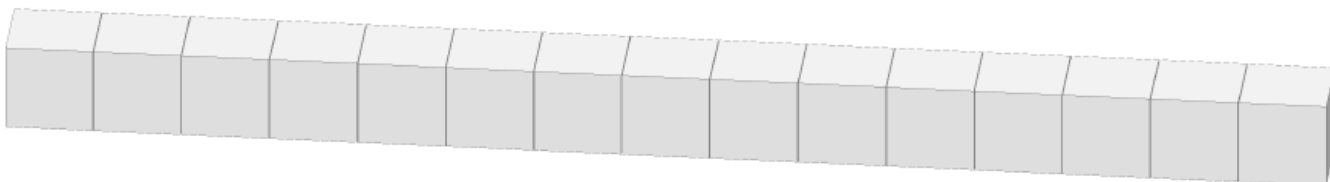
5. Aseta võimalikult palju täringuid ühte ritta nii, et:

- iga täring erineb teistest kas ülatahu või esitahu silmade arvu poolest (või mõlema);
- kahel kõrvuti asetseval täringul on kas ühesugused esi- või ülatahud;
- kahe kõrvuti paikneva täringu erinevatel tahkudel olevate täringusilmade kaugus on 1.

Esita lahendus täringute ritta ja tabelisse.

6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
6	x				*	x				*		
5		x		*			x			*		
4			x	*				x	*			
3			*	x				*	x			
2		*			x		*			x		
1	*				x	*				x		
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv



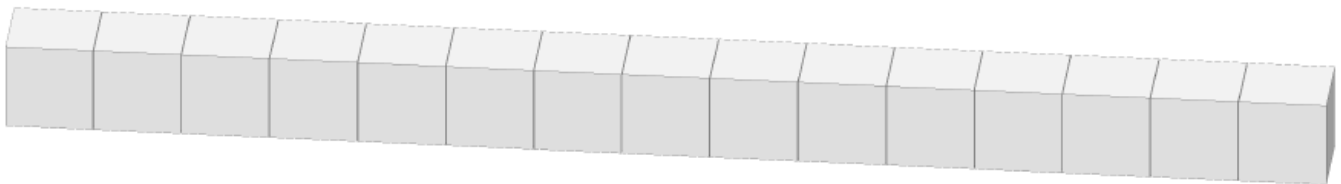
6. Aseta võimalikult palju täringuid ühte ritta nii, et:

- iga täring erineb teistest kas ülatahu või esitahu silmade arvu poolest (või mõlema);
- täringu ülatahul ja esitahul olevate silmade arvude summa jagub arvuga 3;
- kõrvuti asetsevate täringute esitahkudel olevate silmade arvude kaugus on maksimaalselt 2 ja samuti ülatahkude silmade arvude kaugus on maksimaalselt 2.

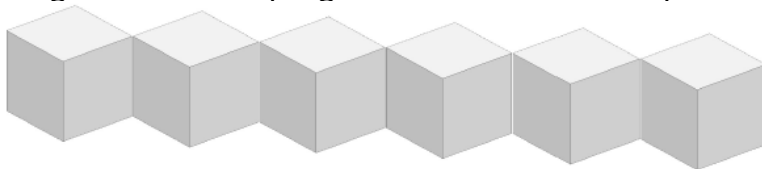
Ülatahu silmade arv	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv

Esita lahendus täringute ritta ja tabelisse.



7. Kuut täringut võib ritta paigutada ka nii, et nad puutuvad servasid pidi (vt joonis).



Sellisel juhul võib erinevatest suundadest vaadates näha viit erinevat kuuest arvust koosnevat rida. Paiguta kuus täringut ühte ritta nii, et igas loodud viies arvude reas arvud kasvavad ühe võrra. Esita joonisel olemasse täringute ritta. Võid kasutada abivahendina allpool olevaid tabelleid.

Ülatahu silmade arv	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv

Ülatahu silmade arv	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
	6	x				*	x				*		
	5		x			*		x			*		
	4			x	*				x	*			
	3			*	x				*	x			
	2		*			x			*		x		
	1	*					x	*				x	
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

Esitahu silmade arv



# Põhikooli matemaatikavõistlus

## Lõppvõistlus reedel 1.2.2013



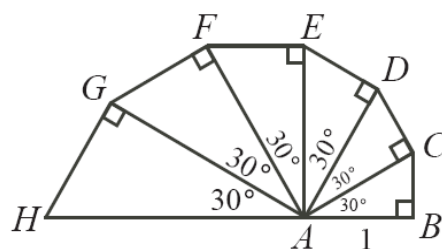
### OSA 3

Lahendamise aeg 60 min

Punktide arv 30

Kõik tehted, joonised või muud arutlused peavad olema kirja pandud, nende eest saabki punkte. Iga ülesande eest saab maksimaalselt kuus punkti.

1. Teokarp koosneb kuuest täisnurksest kolmnurgast, nagu jooniselt näha. Milline on lõigu  $AH$  pikkus, kui lõigu  $AB$  pikkus on 1 cm?



2. Nimetame poolarvudeks arve, mis saadakse positiivsele täisarvule  $\frac{1}{2}$  lisamisel. Kas kahe poolarvu ruutude erinevus on paarisarv või paaritu arv? Näidake, et see kehtib kõikide poolarvude korral.

3. Määrake igale sümbolile vastav number, kui kindlale numbrile vastab üks kindel sümbol. Võrdused on koostatud nii ridu kui ka veergusid pidi (kokku 6 võrdust).

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} \circ & \square & \bullet & - & \blacksquare & \blacktriangle & = & \square & \bullet & \circ \\ \vdots & & & & & & & & & \\ & \otimes & \times & + & \bullet & = & - & \boxtimes & \circ \\ \hline \circ & \boxtimes & + & \bullet & \triangle & = & \bullet & \triangle \end{array} \end{array}$$

4. Arv 2013 jagub arvuga 11. Leidke positiivsed täisarvud  $a$ ,  $b$  ja  $c$  nii, et  $(5a - b)(a - c)(a^3 - 3) = 2013$ .

5. Joonisel oleva silindri kõrgus on 30 cm. Silindrisse on vaja kallata ainult niipalju vett, et kuulid oleksid kõige napimalt veega kaetud. Mitu liitrit vett selleks kulub?

